APLICAÇÃO DO MÉTODO DE PONTOS INTERIORES NO PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE MERCADORIAS PARA A OTIMIZAÇÃO DO LUCRO

Cecilia Orellana Castro (1); Débora Lima Oliveira (2); Manolo Rodriguez Heredia (3)
(1) Drª. em Matemática Aplicada, ceciliaoc@unifesspa.edu.br, professora da Faculdade de Ciências Exatas do Instituto de Engenharia do Araguaia da Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará
(2) Graduanda em Licenciatura em Matemática, debora.oliveira@unifesspa.edu.br, Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará
(3)Dr. em Matemática Aplicada, manolorh@unifesspa.edu.br, professora da Faculdade de Ciências Exatas do Instituto de Engenharia do Araguaia da Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará

RESUMO
Neste trabalho é apresentado o método de pontos interiores na sua variante mais eficiente, o método preditor-corretor proposto por S. Mehrotra em 1992 para resolver problemas de programação linear. Basicamente o método consiste em buscar uma solução ótima pelo interior de uma região factível percorrendo uma vizinhança do caminho central que conduz à solução ótima, a principal diferença deste método com as outras variantes do método de pontos interiores é que a direção de busca e determinada resolvendo dois sistemas lineares. Neste artigo, o método preditor-corretor é aplicado ao problema de alocação de mercadorias em um supermercado para que possam ser vendidas no intuito de obter o maior lucro. O método foi implementado no ambiente de programação Octave. Os resultados mostram que embora o método usado seja de programação linear contínua, neste caso foi possível obter uma solução aproximada ao problema de alocação que é um problema de programação linear inteira.

Palavras-chave: programação linear, método de pontos interiores, método preditor- corretor.

ABSTRACT
This paper presents the method of interior points in its most efficient variant, the predictor-corrector method proposed by S. Mehrotra in 1992 to solve linear programming problems. Basically the method is to look for an optimal solution from within a feasible region through a central path neighborhood that leads to the optimal solution, the main difference of this method with the other variants of the interior point method is that the search direction is determined by solving two linear systems. In this paper, the predictor-corrector method is applied to the problem of commodity allocation in a supermarket so that it can be sold for the highest profit. The method was implemented in Octave. The results show that although the method used is continuous linear programming, in this case it was possible to obtain an approximate solution to the allocation problem which is an integer linear programming problem.

Keywords: : linear programming, interior point method, predictor-corrector method.

1. INTRODUÇÃO

A Programação Linear (PL) tem sido uma das descobertas cientificas mais importantes no século XX. Esta ferramenta tem sido bastante útil, principalmente na área da indústria, pois possibilitou a muitas empresas aumento em seus lucros e redução de custos. Este trabalho tem como objetivo apresentar o desenvolvimento de um problema de PL de modo que seja maximizado o resultado operacional. Os problemas de PL são resolvidos utilizando dois métodos iterativos: o método do simplex e o método de pontos interiores. No problema apresentado neste trabalho será utilizado o método de pontos interiores, pois o mesmo é considerado o mais eficiente.

O problema consiste em alocar mercadorias de um supermercado em um local para que sejam vendidas de modo que o lucro total seja maximizado. Para isso, existem algumas restrições que contornam o problema, como as delimitações do espaço físico e a quantidade de itens disponíveis no estoque. Dada a função objetivo e as restrições do problema as informações são descritas matemáticamente e depois resolvidas utilizando o método de pontos interiores.

O método de pontos interiores foi proposto por Karmarkar (KARMARKAR, 1984) no intuito de resolver problemas de PL de grande porte. Após diversas pesquisas realizadas por outros pesquisadores surgiram outras variantes deste método, cada vez mais sofisticados e que possuíam resultados interessantes. Estes métodos buscam a solução ótima de um problema de PL pelo interior da região de factibilidade, determinada pelas restrições do problema.

O método preditor-corretor é a variante mais eficiente do método de pontos interiores e será apresentado neste trabalho, (GONDZIO, 2012). Neste trabalho é aplicado ao problema de alocação de mercadorias em uma prateleira de um supermercado onde as restrições do problema são a área de espaço disponível para colocar os itens e a quantidade de cada alimento disponível no estoque, foi possível determinar a quantidade de cada item que devem ser distribuídos na prateleira para que possam ser vendidos e obter o maior lucro

Esse trabalho é organizado como segue: Na seção 3 se descreve brevemente um problema de PL e como ele é formulado. Seguidamente, é apresentado o método de pontos interiores na sua subvariante, o método primal-dual seguidor de caminho, mais especificamente, o método preditor-corretor de Mehrotra. Na seção 4 os autores apresentam o problema a ser resolvido e a aplicação do método preditor-corretor que foi implementado usando o ambiente de programação OCTAVE e, finalmente na última seção é apresentado os resultados e a conclusão deste trabalho.

2. OBJETIVO

Resolver uma aproximação do problema de alocação usando o método de pontos interiores. Mais precisamente, determinar a quantidade de itens que devem ser colocados em um local determinado para que possam ser vendidos de tal modo que seja obtido o maior lucro total.

3. PROGRAMAÇÃO LINEAR

A Programação Linear-PL é uma importante ferramenta da Pesquisa Operacional-PO, (PRADO, 2003) comenta que a PL pode ser conceituada como sendo uma "técnica de otimização", uma ferramenta utilizada no intuito de encontrar o lucro máximo ou o custo mínimo em situações onde existem opções para escolha e cada uma está "sujeita a algum tipo de restrição ou regulamentação".

Em (ZACHI, 2016) descreve-se a PO teve suas primeiras atividades durante a Segunda Guerra Mundial, onde seus estudos foram utilizados nas tomadas de decisões sobre o uso de materiais de guerra. Após a Segunda Guerra Mundial sua aplicação pode ser vista em outros segmentos, ou seja, ela tem sido aplicada em diversas áreas tais como a alimentação, o transporte, a indústria, a agricultura e entre outros.

Formular um problema de PL consiste em maximizar ou minimizar uma função linear com variáveis de decisão, atendendo um conjunto de restrições que são expressas por um sistema linear de igualdade ou desigualdade. O modelo geral de um problema de PL pode ser representado com restrições de igualdade e/ou desigualdade, com variáveis livres ou canalizadas, no entanto cada uma dessas restrições pode ser alterada para obter a forma padrão de um problema de PL que é dada da seguinte maneira:

$$
\begin{array}{ll}
\text{minimizar} & c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \ldots + c_nx_n \\
\text{sujeito a} & a_{11}x_1 + a_{22}x_2 +, \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\
& a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\
& \vdots \\
& a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m \\
& x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \ldots, n,
\end{array} \tag{1}
$$

Onde $c_1x_1+c_2x_2+c_3x_3+...+c_nx_n$ é função objetivo e x_j são as variáveis de decisão. Um vetor $x \in R^n$ é chamado de solução viável quando satisfaz todas as restrições de (1). Os coeficientes a_{ij} são chamados de constantes pertencentes a i-ésima restrição da j-ésima variável e b_i é o termo independente da i-ésima restrição.

Basicamente, resolver um problema de PL resume-se em encontrar um vetor $x*$ que satisfaz as restrições do problema (1) e minimiza a função objetivo. O problema de PL dado em (1) pode ser representado de forma matricial como segue:

$$
\begin{array}{ll}
\text{minimizar} & c^t x \\
\text{sujeito a} & Ax = b; \\
& x \geq 0
\end{array} \tag{2}
$$

onde $c, x \in \mathbb{R}^n$, $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ e $b \in \mathbb{R}^m$.

Atualmente os problemas de PL são resolvidos usando o método Simplex ou o método de Pontos Interiores. A seguir é realizada uma descrição do segundo método pois essa será a alternativa usada para resolver o problema deste trabalho.

3.1. Método de Pontos Interiores

O Método de Pontos Interiores foi apresentado em 1984 por Karmarkar, diferente do método Simplex que busca a solução ótima nos extremos da região factível, este método caminha próximo a uma Trajetória Central à procura de uma solução ótima na região factível. Posteriormente, diversos pesquisadores analisaram e apresentaram diferentes variantes do métodos de Pontos Interiores que se mostraram eficientes e com bom desempenho computacional. Um destes é o método primal-dual seguidor de caminho, na sua melhor variante que é o método preditor-corretor de Mehrotra que será utilizado para resolver o problema de PL apresentado neste trabalho.

Conforme apresentado em (MARTINEZ; SANTOS, 1998), um problema geral de otimização é dado da seguinte maneira:

$$
\begin{array}{ll}
\text{minimizar} & f(x) \\
\text{sujeito a} & h(x) = 0 \\
& g(x) \leq 0
\end{array} \quad , \tag{3}
$$

onde $f : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}, \quad h : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^m, \quad g : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^p \quad e \quad f, h, g \in C^1(\mathbb{R}^n)$.

O problema dado em (3) é conhecido como o problema primal e o problema dual associado a ele é:

$$
\begin{array}{ll}
\text{maximizar} & \ell(x, \lambda, \mu) \\
\text{sujeito a} & \nabla_x \ell(x, \lambda, \mu) \\
& \mu \geq 0
\end{array} \quad , \tag{4}
$$

onde $\ell(x, \lambda, \mu) = f(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i h_i(x) + \sum_{i=1}^{p} \mu_i g_i(x)$.

Reescrevendo (4), tem-se:

$$
\begin{array}{ll}
\text{maximizar} & f(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i h_i(x) + \sum_{i=1}^{p} \mu_i g_i(x) \\
\text{sujeito a} & \nabla f(x) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \nabla h_i(x) + \sum_{i=1}^{p} \mu_i \nabla g_i(x) = 0 \\
& \mu \geq 0
\end{array} \quad . \tag{5}
$$

As variáveis do dual de um problema de otimização estão relacionadas com as restrições do problema original, portanto, resolver o problema dual é equivalente a resolver o problema primal simultaneamente.

O método primal-dual de pontos interiores usa as condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) que são condições de otimalidade necessárias para que uma solução de um problema linear seja ótimo, ou seja, uma ponto será considerado ótimo se satisfazer as condições KKT, pois um problema de PL é convexo e as condições KKT são necessárias e suficientes neste caso. Essas condições estão relacionadas às equações de factibilidade primal, dual e condições de complementaridade.

Considerando o problema (2) como o problema primal, o dual relacionado a ele é dado por:

$$\begin{array}{ll} \text{maximizar} & b^T y \\ \text{sujeito a} & A^T y + z = c \\ & z \geq 0. \end{array} \quad . \tag{6}$$

As condições KKT relacionadas a (2) e (6) são:

$$\begin{array}{l} Ax = b, \quad x \geq 0 \\ A^T y + z = c, \quad z \geq 0 \\ XZe = 0, \end{array} \tag{7}$$

onde X=diag(x) e Z=diag(z) são matrizes diagonais e o vetor e é o vetor de uns. A condição XZe = 0 é chamada de condição de complementaridade.

Os métodos de Pontos Interiores pertubam a condição de complementaridade e substituem XZe = 0 por XZe = µe, onde µ > 0 varia ao longo do método, desde quantidades grandes nas iterações iniciais e próximas a zero perto da solução ótima. Então obtem-se as condições pertubadas de KKT:

$$\begin{array}{l} Ax = b, \quad x \geq 0 \\ A^T y + z = c, \quad z \geq 0 \\ XZe = \mu e, \end{array} \quad , \tag{8}$$

em que µ é denominado um paramêtro chamado barreira.

Os métodos de pontos interiores forçam a redução de µ a cada iteração. Para cada µ > 0 as condições KKT (8) tem uma única solução (x(µ), y(µ),z(µ)) que define o caminho central da região factível primaldual e assim quando µ se aproxima de 0 a solução aproxima-se da solução ótima do problema primal e dual. Basicamente, este método encontra um ponto que aproximadamente satisfaça (8) e finalmente obter um ponto que cumpra as condições apresentadas em (7).

Dado um ponto u_k = $(x_k, y_k, z_k)^T$, uma nova iteração do método de Pontos Interiores é executada definindo um novo ponto u_{k+1} = $(x_{k+1}, y_{k+1}, z_{k+}1)^T$, de modo que $u_{k+1} = u_k + \beta_k \Delta u_k$, onde β_k é o comprimento do passo calculado a cada iteração e, $\Delta_{uk} = (\Delta x_k, \Delta y_k, \Delta z_k)^T$ é a direção de busca ou de descida, definida pelo método de Newton aplicado às condições KKT dadas em (8). A direção de Newton é calculada resolvendo o seguinte sistema linear:

$$\begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^T & 0 \\ Z & 0 & X \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_p \\ d_r \\ d_c \end{pmatrix}, \tag{9}$$

onde $d_p = b - Ax_k$, $d_r = c - A^T y_k - z_k$, $d_c = \mu e - X^k Z^k$ e são as folgas primal, dual e de complementaridade. Eliminando Δz na terceira equação do sistema acima, temos:

$$\begin{pmatrix} -X^{-1}Z & A^T \\ A & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_r - X^{-1} d_c \\ d_p \end{pmatrix} \tag{10}$$

sendo $\Delta z = X^{-1}(d_c - Z\Delta x)$.

Realizando mais uma substituição para eliminar Δx obtemos um sistema denominado Sistema de Equações Normais, trata-se de um sistema simétrico e positivo definido que pode ser resolvido com métodos diretos como a Fatoração de Cholesky e no caso de sistemas de grande porte por métodos iterativos como o métodos dos gradientes conjugados.

$$((AZ^{-1}XA^T)\Delta y = d_p + A(Z^{-1}Xd_r + x - \mu Z^{-1}e). \quad (11)$$

Uma vez que Δy é determinado em (11), logo as outras direções são facilmente calculadas como segue $\Delta z = d_r - A^T\Delta y$ e $\Delta x = Z^{-1}(d_c - X\Delta z)$.

A descrição acima realizada é padrão para todos os métodos seguidores de caminho, a particularidade do método preditor corretor é que ele determina cada direção de descida como sendo a soma de outras duas, primeiro determina a direção afim, ou seja, resolver (9) fazendo μ=0, isto é $d_c=-XZe$, assim determinando a direção (Δx^a, Δy^a, Δz^a), este passo é conhecido como o passo preditor. Posteriormente, o sistema de equações de Newton (9) é resolvido novamente fazendo d_p=0, d_r=0 e $d_c=\sigma\mu e-\Delta X^a\Delta Z^a$ e, onde σ é chamado parâmetro de centragem, ΔX^a=diag(Δx^a) e ΔZ^a=diag(Δz^a). O resultado obtido ao resolver o segundo sistema linear é conhecido como o passo corretor.

Basicamente, o método preditor-corretor resolve dois sistemas de equações lineares, onde a matriz dos coeficientes é a mesma para os dois passos (preditor e corretor) o que muda são os vetores no lado direito do sistema e assim é utilizado uma decomposição da matriz de coeficientes. A direção de descida neste método será a soma do vetor do passo preditor mais o vetor do passo corretor.

4. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Neste tópico formula-se o modelo matemático que busca otimizar a locação de mercadorias para serem vendidas nas prateleiras de um supermercado com intuito de obter o maior lucro. Considera-se que o supermercado tem mais produtos do que espaço para vende-los. Assim, a empresa precisa decidir quais produtos vender devido às limitações de espaço disponível. Suponha que o supermercado tenha 20 itens que deseja disponibilizar em suas prateleiras, de acordo com a Tabela 1.

Item	Quant. disponível no estoque	Lucro (R$/unidade)	Área (cm^2/ unidade)
1	50	2	65
2	35	2	45
3	25	3	58
4	20	4	71
5	45	4	71
6	50	6	77
7	45	5	90
8	40	5	90
9	30	6	65
10	50	4	52
11	35	2	90
12	50	6	52
13	20	5	71
14	25	3	77
15	30	4	58
16	20	2	45
17	60	2	65
18	35	1	103
19	25	5	71
20	45	4	97

Tabela: Dados do problema, descrição dos itens disponíveis no supermercado
Fonte: Autoria própria.

Se todos os itens fossem colocados à venda, seriam necessários 52.290 cm2 de área de prateleira. O supermercado só dispõe de 37.000 cm2 para alocar todos os itens a serem vendidos. Para a formulação do problema suponha que o supermercado deseje alocar n = 20 itens em suas prateleiras para que possam ser vendidos. Sejam:

- **b_i:** as quantidades disponíveis no estoque de cada um dos 20 itens, sendo i = 1,2,...,20;
- **c_i:** os lucros de cada unidade do item i para i = 1,2,...,20;
- **a_i:** as áreas que cada item ocupa no espaço das prateleiras, sendo i = 1,2,...,20;

- **x_i:** as quantidades de cada item que devem ser colocadas nas prateleiras para que o lucro total seja maximizado, sendo i = 1,2...,20;
- **q:** quantidade da área em cm^2 disponível para locação dos itens.

Assim, o problema consiste em encontrar x_1, x_2, x_3,..., x_{20} no seguinte problema de programação linear:

$$\begin{array}{ll} \text{maximizar} & c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \ldots + c_{20}x_{20} \\ \text{sujeito a} & a_1x_1 + a_2x_2 +, \ldots + a_{20}x_{20} \leq q; \\ & x_i \leq b_i \quad i = 1, \ldots, 20; \\ & x_i \geq 0 \quad i = 1, \ldots, 20. \end{array} \tag{12}$$

O problema dado em (12) pode ser representado na forma padrão, para isso serão introduzidas novas variáveis s_i, chamadas variáveis residuais:

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & -c^T x \\ \text{sujeito a} & a^T x + s_0 = q \\ & x_i + s_i = b_i \quad i = 1, 2, ..., 20; \\ & x_i \geq 0 \\ & s_i \geq 0, \end{array} \tag{13}$$

ou equivalentemente, se $c=(c_1, c_2,..., c_{20}, 0_{1\times21})^T$, $a=(a_1,a_2,...,a_{20})^T$, $x=(x_1, x_2,..., x_{20},s_0,s_1,s_2,...,s_{20})^T$ e $b = (q, b_1, b_2,...,b_{20})^T$, o problema primal dado em (13) pode ser rescrito matricialmente como:

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & -c^T x \\ \text{sujeito a} & Ax = b \\ & x \geq 0, \end{array} \tag{14}$$

onde $A = \begin{pmatrix} a^T & 1 & 0_{1\times20} \\ I_{20} & 0_{20\times1} & I_{20} \end{pmatrix}_{21\times41}$, isto é, tem-se um problema de 21 restrições e 41 variáveis. O problema dual de (14) é dado por:

$$\begin{array}{ll} \text{maximizar} & -b^T \lambda \\ \text{sujeito a} & A^T \lambda - \mu = c \\ & \mu \geq 0. \end{array} \tag{15}$$

Fazendo y= $-\lambda$ e $z = \mu$, temos

$$\begin{array}{ll} \text{maximizar} & b^T \lambda \\ \text{sujeito a} & A^T y + z = -c \\ & z \geq 0 \end{array} \tag{16}$$

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

O método preditor-corretor de Mehrotra explicado na Subseção 3.1 foi implementado em Octave, sendo a matriz de restrições A de tamanho 21×41, o vetor b de tamanho 21×1 e o vetor de custos c de tamanho 41×1 de acordo com o explicado e apresentado na Seção 4.

O Octave forneceu um vetor solução x^* de tamanho 41×1 com entradas pertencentes aos números reais positivos, como era esperado pois o método de pontos interiores é um método de programação linear contínua. Para obter o vetor ótimo consideramos apenas as primeiras 20 entradas de x^*, pois as variáveis $s_0,s_1,...,s_{20}$ eram variáveis fictícias.

Arredondando as primeiras 20 entradas de x^*, temos que a solução ótima é:

$$x^* = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{16}, x_{17}, x_{18}, x_{19}, x_{20})^T \tag{17}$$

$$= (0, 35, 25, 20, 45, 50, 45, 40, 30, 50, 0, 50, 20, 7, 30, 20, 0, 0, 25, 45)^T \tag{18}$$

com valor ótimo, isto é lucro ótimo: $v^* = c^T x^* \approx$ R$ 2395.

Sabendo que x^*_i é a quantidade de cada item que devem ser colocados nas prateleiras para o lucro seja maximizado, então obtemos que das quantidades disponíveis no estoque, a quantidade de cada item quem deve ser colocado nas prateleiras é dado como segue:

• Do item 2 deverão colocados 35;
• Do item 3 deverão ser colocados 25 unidades;
• Do item 4 deverão ser colocados 20 unidades;
• Do item 5 deverão ser colocados 45 unidades;
• Do item 6 deverão ser colocados 50 unidades;
• Do item 7 deverão ser colocados 45 unidades;
• Do item 8 deverão ser colocados 40 unidades;
• Do item 9 deverão ser colocados 30 unidades;
• Do item 10 deverão ser colocados 50 unidades;
• Do item 12 deverão ser colocados 50 unidades;
• Do item 13 deverão ser colocados 20 unidades;
• Do item 14 deverão ser colocados 7 unidades;
• Do item 15 deverão ser colocados 30 unidades;
• Do item 16 deverão ser colocados 20 unidades;
• Do item 19 deverão ser colocados 25 unidades;
• Do item 20 deverão ser colocados 45 unidades.

Além disso, observa-se que os itens 1, 11, 17 e 18 não serão colocados nas prateleiras, dado que o resultado obtido dessas variáveis é 0. Observa-se que a quantidade de alguns itens disponíveis no estoque foi utilizada 100%. Com isso, conclui-se que neste caso, dada as restrições do problema, o lucro máximo obtido foi de aproximadamente R$ 2395.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O uso de ferramentas de pesquisa operacional em tomadas de decisões em nível gerencial é de suma importância para o bom desenvolvimento econômico, pois auxiliam na aproximação da melhor opção para alcançar determinado objetivo, seja de maximizar lucros ou de reduzir custos.

O software utilizado para implementar o algoritmo utilizado para resolver o problema proposto atendeu plenamente as necessidades, ao passo que apresentou resultados confiáveis. Os resultados númericos obtidos utlizando o método de pontos interiores preditor - corretor implementado em Octave confirmam que tal método possui um bom desempenho computacional e é bastante eficiente na solução de problemas de alocação de mercadorias.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

GONDZIO, J. Interior point methods 25 years later. European Journal of Operational Research, Elsevier, v. 218, n. 3, p. 587–601, 2012.

KARMARKAR, N. 1984. Disponível em: https://doi.org/10.1007/BF02579150.

MARTINEZ, J. M.; SANTOS, S. A. Métodos computacionais de otimizaçã. 1998. Disponível em: https://www.ime.unicamp.br/~martinez/mslivro.pdf. Acesso em: 14 out. 2019.

PRADO, D. do. Programação linear. São Paulo: Editora de Desenvolvimento Gerencial, 2003. (Serie Pesquisa Opeacional).

ZACHI, J. M. Problemas de programação linear: uma proposta de resolução geométrica para o ensino médio com o uso do geogebra. Rio Claro, 2016.

AGRADECIMENTOS

À Propit por nos incentivar à pesquisa através do programa de Iniciação Científica PIVIC. Este trabalho faz parte do Projeto de pesquisa: “Estudo das variantes do método de Pontos Interiores aplicadas ao problema de planejamento de câncer por radioterapia"sob a coordenação da professora Cecilia Orellana Castro.

Ao Instituto de Engenharia do Araguaia - IEA pela possibilidade de participar neste evento.